

Protótipo – Problema da $P&T$ Co. (HL¹, §8.1)

A empresa americana $P&T$ produz, entre outros produtos, enlatados de ervilhas. As ervilhas depois de preparadas em três fábricas de conservas (perto de: Bellingham, Washington, **F1**; Eugene, Oregon, **F2**; Albert Lea, Minnesota, **F3**), são levadas, de camião, para quatro armazéns localizados na parte ocidental dos Estados Unidos (Sacramento, California, **A1**; Salt Lake City, Utah, **A2**; Rapid City, South Dakota, **A3**; Albuquerque, New Mexico, **A4**). Dado os custos associados ao transporte serem muito elevados, pretende-se estudar a distribuição que acarrete menores custos de transporte. As produções de cada fábrica bem como as necessidades em cada armazém, para a próxima estação, foram estimadas e constam da tabela 1 (em n.º de camiões carregados). Nesta tabela encontram-se também os custos associados ao facto de se enviar um camião carregado de cada uma das três fábricas para cada um dos quatro armazéns. Nota-se assim ser necessário transportar 300 carregamentos entre as fábricas e os armazéns.

Pretende-se determinar o número de camiões que devem ser enviados de cada fábrica para cada armazém, de forma a minimizar o custo total de transporte.

		custo de transporte de um camião carregado (em <i>u.m.</i>)				produções nas fábricas
		A1	A2	A3	A4	
Fábricas	armazéns					
F1		464	513	654	867	75
F2		352	416	690	791	125
F3		995	682	388	685	100
	necessidades nos armazéns	80	65	70	85	

25. Resolva os problemas 8.1-1. e 8.1-6. do HL¹.

26. Três refinarias (**R1**, **R2** e **R3**) com capacidade de produção diária de 25 000, 15 000 e 5000 ton. de gasolinas, respectivamente, abastecem três grandes centros distribuidores (**D1**, **D2** e **D3**) cujas necessidades são, respectivamente, 15000, 10000 e 20000 ton.. O abastecimento é feito através de uma rede de oleodutos com uma tarifa de 200 *u.m.* por ton. e por km. Sabendo que as distâncias, em quilómetros, entre as refinarias e os centros distribuidores são as que constam do quadro:

	D1	D2	D3
R1	5	70	320
R2	75	15	220
R3	300	200	2

- Formalize o problema como um problema de programação linear.
- Obtenha a solução óptima.
- Resolva o problema admitindo agora que a refinaria **R2** cessou a produção de gasolinas.

- d) Resolva o problema considerando que as necessidades do centro distribuidor **D3** são de *10 000 ton.*.
- e) Resolva o problema considerando que a produção diária na refinaria **R1** é igual a *20 000 ton.*.
27. Uma fábrica tem quatro máquinas e quatro tarefas que podem ser feitas por qualquer das máquinas. Cada máquina deve fazer um trabalho do princípio até ao fim. O tempo requerido por cada máquina (em *horas*) para completar cada um dos trabalhos é dado na tabela seguinte.

tarefas \ máquinas	T1	T2	T3	T4
M1	14	5	8	7
M2	2	12	6	5
M3	7	8	3	9
M4	2	4	6	10

Determine a solução que minimiza o tempo necessário para concluir as quatro tarefas, atribuindo uma tarefa a cada uma das máquinas.

28. Formule o problema 1.e) como um problema de transportes e resolva-o.
29. Um departamento comunitário abriu as seguintes três vagas para tradutores:
Vaga 1: Português/Francês;
Vaga 2: Português/Alemão;
Vaga 3: Português/Grego.

Concorreram quatro candidatos que nas provas de selecção obtiveram as seguintes classificações (numa escala de zero (mínimo) a dez (máximo)):

	Vaga 1	Vaga 2	Vaga 3
Candidato 1	7	6	2
Candidato 2	8	8	4
Candidato 3	8	5	4
Candidato 4	9	7	6

Determine como deve ser feita a contratação de forma a ser obtida a melhor qualidade global nos serviços de tradução do referido departamento.

30. Uma empresa produz um determinado produto em duas fábricas (**F1** e **F2**) e dispõe de três postos de venda (**V1**, **V2** e **V3**). A produção máxima para o próximo período é de *400 ton.* e *800 ton.* nas fábricas **F1** e **F2**, respectivamente. As vendas potenciais nos três postos de venda são de *400 ton.*, *500 ton.* e *500 ton.* respectivamente. Os custos de transporte, em *centenas de u.m.* por tonelada transportada, entre cada fábrica e cada posto de venda são dados no quadro seguinte:

	V1	V2	V3
F1	10	20	25
F2	25	15	20

O produto é vendido ao preço de 15, 18 e 20 mil *u.m.* por tonelada nos postos de venda **V1**, **V2** e **V3** respectivamente e a direcção da empresa pretende maximizar a margem total (receitas - custos). Determine a solução óptima.

31. Formalize os seguintes exemplos adaptados do HL¹:

- a) A *METRO WATER DISTRICT* (HL¹, pg. 331) é a agência que administra a distribuição de água numa determinada região, abastecendo 4 cidades (Berdo: **C1**; Los Devils: **C2**; Sam Go: **C3** e Hollyglass: **C4**) com água proveniente de 3 rios (Colombo: **R1**; Sacron: **R2** e Calorie: **R3**).

É possível abastecer qualquer destas cidade a partir de qualquer dos rios, à excepção de **C4**, que não pode ser abastecida por **R3**.

Os custos (em *u.m.*) de enviar um *Kl* de água do rio **R_i** para a cidade **C_j**, estão na tabela seguinte, bem como as respectivas disponibilidades e necessidades.

rio \ cidade	C1	C2	C3	C4	disponibilidades (<i>Kl</i>)
R1	160	130	220	170	50
R2	140	130	190	150	60
R3	190	200	230	—	50
necessidades mínimas (<i>Kl</i>)	30	70	0	10	
quantidade max. pretendida (<i>Kl</i>)	50	70	30	∞	

Pretende satisfazer-se, pelo menos, as necessidades mínimas, distribuindo toda a água disponível nos 3 rios, ao menor custo possível.

- b) A empresa *BETTER PRODUCTS* (HL¹, pg. 355) decidiu iniciar a produção de quatro novos produtos (**P1**, **P2**, **P3** e **P4**), usando as suas 3 fábricas (**F1**, **F2** e **F3**) que têm excesso de capacidade produtiva. Cada produto utiliza unidades de capacidade muito similares em cada fábrica para a sua produção unitária. Assim, a capacidade disponível é calculada em função do número de artigos que é possível produzir por dia em cada fábrica (Tabela 2). A última linha da tabela 2 indica as unidades que devem ser produzidas por dia de cada um dos produtos, para que seja possível satisfazer as vendas previsíveis. Cada fábrica pode produzir cada um destes novos produtos, excepto a fábrica **F2** que não pode produzir o produto **P3**. Contudo o custo unitário de produção de cada produto difere de fábrica para fábrica como consta na tabela seguinte:

fábricas \ Produtos	custo unitário por produto (<i>u.m.</i>)				capacidade diária de produção (<i>unidades</i>)
	P1	P2	P3	P4	
F1	41	27	28	24	75
F2	40	20	–	23	75
F3	37	30	27	21	45
vendas diárias (<i>unidades</i>)	20	50	30	50	

Pretende-se saber como deve ser efectuada a produção dos novos produtos, tendo em conta que:

- i) é possível produzir o mesmo produto em mais de uma fábrica e cada fábrica pode produzir mais do que um produto;
- ii) não é possível produzir o mesmo produto em mais de uma fábrica e cada fábrica produz no máximo um produto.

32. Um casal pretende dividir algumas das tarefas domésticas entre si de modo a que o tempo total gasto seja mínimo, mas com a restrição de que ambos têm de executar o mesmo número de tarefas. O tempo semanal (em *minutos*) necessário, em média, para cada um deles executar cada uma das tarefas é o seguinte:

	compras	cozinhar	lavagem de loiça	tratar da roupa	limpeza da casa	fazer a cama
João	60	400	150	210	65	70
Ana	90	300	100	180	90	40

- a) Determine as tarefas a serem efectuadas por cada um.
 - b) Quanto tempo, por semana, será ocupado por cada um nas respectivas tarefas?
33. Uma empresa tem quatro vagas: **V1**, **V2**, **V3** e **V4**. De acordo com o psicólogo consultado, estas vagas devem ser preenchidas por indivíduos que não tenham Q.I. inferior a, respectivamente, 150, 100, 80 e 75.
- Surgiram cinco candidatos: **C1**, **C2**, **C3**, **C4** e **C5** (a qualquer das quatro vagas) e os testes realizados atribuíram-lhes os Q.I. de 190, 160, 145, 100 e 85, respectivamente. O ordenado mensal pedido por cada um foi de 150, 80, 100, 100 e 70 *u.m.*.
- Indique uma afectação óptima e respectivo custo, admitindo que não apareceram outros candidatos e que o primeiro candidato foi imediatamente contratado.

34. Uma empresa decidiu produzir três novos produtos, **P1**, **P2** e **P3**. Actualmente, esta empresa dispõe de cinco fábricas com capacidade excedentária. O custo unitário de produção (em *u.m.*) do primeiro produto é de 12, 10, 13, 11 e 12 nas fábricas **F1**, **F2**, **F3**, **F4** e **F5**, respectivamente. Relativamente ao segundo produto, estes custos (em *u.m.*) são de 5, 4, 6, 3 e 4, respectivamente. Os custos unitários do terceiro produto (em *u.m.*) são de 9, 7 e 9 nas fábricas **F1**, **F2** e **F3**, não podendo este produto ser produzido nas fábricas **F4** e **F5**. As previsões de vendas apontam para 3 000, 3 000 e 2 000 unidades dos produtos **P1**, **P2** e **P3**. As fábricas **F1**, **F2**, **F3**, **F4** e **F5** têm capacidade para produzir 2 500, 3 000, 2 000, 4 000 e 5 000 unidades destes produtos, respectivamente, não sendo relevante qual o produto ou combinação de produtos. Considere o seguinte *output* do Solver, obtido com a resolução do problema:

Target Cell (Min)

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$G\$19	custo total	0	56000

Adjustable Cells

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$C\$14	F1 - P1	0	0
\$D\$14	F1 - P2	0	0
\$E\$14	F1 - P3	0	0
\$C\$15	F2 - P1	0	1000
\$D\$15	F2 - P2	0	0
\$E\$15	F2 - P3	0	2000
\$C\$16	F3 - P1	0	0
\$D\$16	F3 - P2	0	0
\$E\$16	F3 - P3	0	0
\$C\$17	F4 - P1	0	2000
\$D\$17	F4 - P2	0	2000
\$E\$17	F4 - P3	0	0
\$C\$18	F5 - P1	0	0
\$D\$18	F5 - P2	0	1000
\$E\$18	F5 - P3	0	0

- a) Escreva e interprete economicamente a solução óptima.
- b) Por razões técnicas e logísticas, a direcção decidiu que cada fábrica não produz ou só produz um produto e cada um destes só pode ser produzido numa fábrica. Qual o novo plano de produção?
35. Uma empresa automóvel vai abrir duas novas lojas (**NA**, **NB**) com arrumação para 30 carros cada uma. Neste momento não há carros disponíveis na fábrica, tendo sido decidido que os carros vão ser enviados das quatro lojas mais próximas (**V1**, **V2**, **V3** e **V4**). Cada uma destas lojas não disponibilizou mais do que 20 carros para serem transferidos. Existem obras no percurso **V1-NA**, pelo que não será possível utilizar esta ligação.

Sabendo que se pretende fornecer às novas lojas todos os carros que elas podem arrumar e que os custos unitários de transferência (em *u.m.*) se encontram na tabela seguinte,

	NA	NB
V1	-	170
V2	230	140
V3	170	130
V4	200	150

preencha a folha em anexo (anexo **B**) de modo a poder resolver este problema com o *Solver/Excel* (escreva exactamente o que escreveria se dispusesse de um computador).

36. Considere o problema relativo ao transporte de um artigo de três armazéns para três lojas, cujos custos unitários, oferta, procura e *output* do *Solver* são:

	Loja 1	Loja 2	Loja 3	oferta
Armaz 1	4	6	8	40
Armaz 2	2	4	2	20
Armaz 3	6	-	4	30
procura	20	50	40	

Target Cell (Min)

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$G\$16	custo total	0	380

Adjustable Cells

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$C\$13	Armaz 1 - Loja 1	0	10
\$D\$13	Armaz 1 - Loja 2	0	30
\$E\$13	Armaz 1 - Loja 3	0	0
\$C\$14	Armaz 2 - Loja 1	0	10
\$D\$14	Armaz 2 - Loja 2	0	0
\$E\$14	Armaz 2 - Loja 3	0	10
\$C\$15	Armaz 3 - Loja 1	0	0
\$D\$15	Armaz 3 - Loja 2	0	0
\$E\$15	Armaz 3 - Loja 3	0	30

Constraints

Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
\$F\$13	Armaz 1	40	\$F\$13=\$H\$13	Not Binding	0
\$F\$14	Armaz 2	20	\$F\$14=\$H\$14	Binding	0
\$F\$15	Armaz 3	30	\$F\$15=\$H\$15	Binding	0
\$C\$16	Loja 1	20	\$C\$16<=\$C\$18	Binding	0
\$D\$16	Loja 2	30	\$D\$16<=\$D\$18	Not Binding	20
\$E\$16	Loja 3	40	\$E\$16<=\$E\$18	Binding	0
\$D\$15	Armaz 3 - Loja 2	0	\$D\$15=0	Not Binding	0

- a) Explique como deve ser feito o transporte.
 b) Que alterações é necessário introduzir no modelo definido no *Excel* e no ficheiro de especificações do *Solver* para garantir, à partida, que a **Loja 2**

recebe a quantidade que necessita e que o **Armazém 2** envia, exactamente, *10* unidades para esta loja.

37. No quadro que se segue figuram os dados do problema surgido numa empresa que produz determinado produto em quatro fábricas, **F1**, **F2**, **F3** e **F4**, para ser vendido em quatro mercados, **M1**, **M2**, **M3** e **M4**. A linha **D** representa a procura a satisfazer em cada mercado (em *ton.*) e a coluna **S** as capacidades máximas das fábricas (em *ton.*). Os restantes valores são os custos de produção e transporte de cada tonelada do produto em causa (em *u.m.*).

	M1	M2	M3	M4	S
F1	5	8	4	7	23
F2	2	6	6	6	32
F3	3	7	5	7	38
F4	2	5	4	3	38
D	21	16	30	35	

Um estudo prévio levou à decisão de abastecer cada mercado com uma só fábrica desde que tenha capacidade para tal. Por outro lado, foi também decidido que nenhuma fábrica poderá ficar parada.

Formalize este problema definindo variáveis, restrições, função a otimizar e o objectivo.

¹ Hillier, Lieberman, "Introduction to Operations Research", 8ª edição, McGraw-Hill, 2005.